



**Luigi A. Smaldone** *Università di Napoli “Federico II”, Dipartimento di Fisica – Planetario di Caserta*  
**Pietro Di Lorenzo** *ISIS “Amaldi – Nevio” Santa Maria Capua Vetere – Planetario di Caserta*

Nel seguito si propone l'applicazione dei concetti fondamentali di misura scientifica di grandezze fisiche (nello specifico, misura indiretta) mediante alcuni, pochi semplici concetti geometrici e trigonometrici che sono alla base di ingegnose realizzazioni strumentali note ed utilizzate nel passato dal Medioevo al Barocco.

Le attività ideate trovano fondamento su due lunghe e consolidate esperienze didattiche assai differenti nella forma ma concorrenti nello spirito.

Una, internazionale, dovuta a Smaldone, eredita l'attività svolta nei progetti GuluNap (corsi di General Astronomy, Bachelor in Science Education, Science Education Faculty, Gulu University – Uganda dal 2007 al 2011), ed è stata esportata al Planetario di Caserta. Per le particolari condizioni di difficoltà nel reperimento di apparati strumentali, il lavoro laboratoriale in Uganda si era basato sull'utilizzo di materiali a costo basso o nullo.

L'altra, locale, è stata realizzata dal 2008 nella sezione “Arte Mensoria” del Museo “Michelangelo” dell'ITS “Buonarroti” di Caserta. Il Museo “Michelangelo” è stato costituito ed aperto al pubblico nel 2004; ha ottenuto il riconoscimento di interesse regionale nel 2008. Gli strumenti della sezione “Arte Mensoria” sono in legno e furono realizzati nel 2008 dalla prof.ssa Maria Rosaria Scarnati, dal gen. Renato di Vito e dagli studenti della classe IV D del Buonarroti, su suggerimento e col coordinamento di Di Lorenzo che reperì, selezionò e propose le fonti bibliografiche originali. Gli studenti ricostruirono 12 strumenti funzionanti studiandone caratteristiche e metodi di misura dai testi di geometria pratica del Cinquecento e del Seicento. Le “macchine” allora realizzate costituiscono forse un *unicum* in Italia: esperienze simili a quella casertana, ma in campo più prettamente matematico e fisico, sono il Laboratorio delle Macchine Matematiche dell'Università degli Studi di Modena e Reggio e il Museo per la Matematica di Priverno. Furono con apparati che consentono la misura diretta ed indiretta di grandezze lineari, angolari e di tempo. Anche ai visitatori che seguono il percorso guidato all'interno della sezione del Museo, gli educatori (giovani studenti dell'Istituto adeguatamente formati alla funzione) propongono sempre, seppur solo come cenno, il ragionamento della stima della precisione delle misure.

Per la realizzazione pratica di ciascuna delle esperienze, ogni studente deve avere a disposizione carta, penna, matita e gomma per annotare appunti, effettuare calcoli (scoraggiare l'uso della calcolatrice in questa prima fase, per utilizzarla in una seconda fase), schizzare disegni degli schemi geometrici, rispondere alle domande, segnalare commenti e criticità.

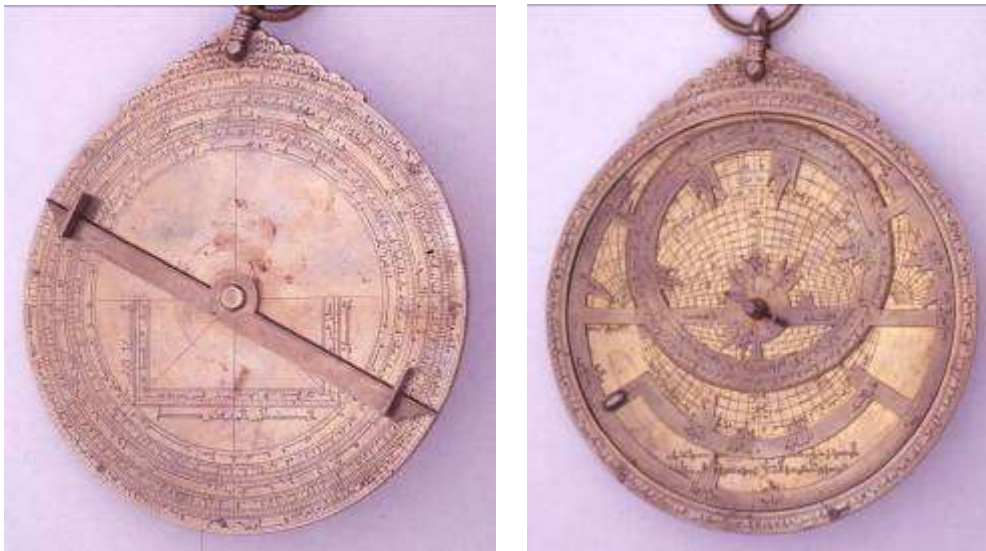
### 1. Quadrante

Il **quadrante** è un antico strumento di misura degli angoli verticali utilizzato in astronomia sin dall'Antichità anche se non abbiamo notizie certe ed affidabili su come fossero realizzati (struttura, materiali, graduazioni etc.) e quali fossero le procedure di misura usate.

Si sa per certo, però, che gli studi sulle posizioni relative delle stelle e sul loro incessante moto apparente intorno alla Terra furono sviluppati con accuratezza estrema sin dalle civiltà sumera, babilonese ed assira. Nacquero corposi **cataloghi stellari**, contenenti le misure delle posizioni (latitudine e longitudine) e di luminosità apparente di ogni stella. Probabilmente, proprio confrontando le misure angolari della posizione della stella Spiga (costellazione della Vergine) da egli stesso prese con quelle tramandate dalle generazioni precedenti (e probabilmente risalenti a circa 7 o 8 secoli prima), il grande astronomo Ipparco di Nicea (*Nicea, 190 a.C. – Rodi, 120 a.C.*) nel 130 a.C. si accorse che la stella si era “mossa” di circa  $11^\circ$ .

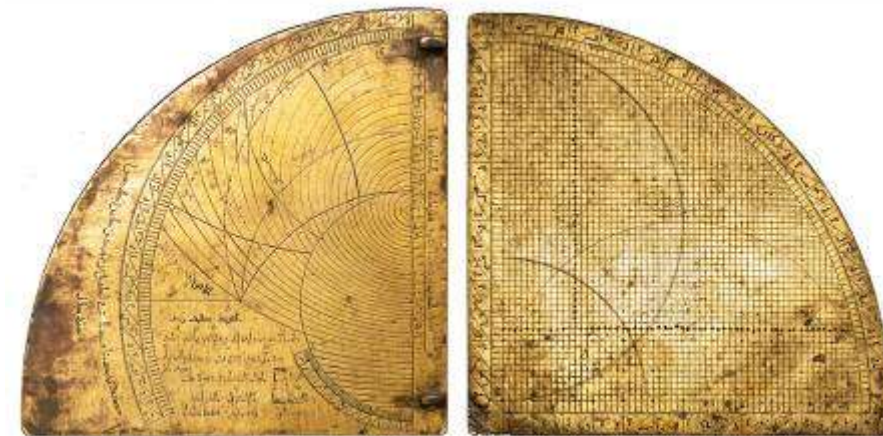
La misura fu cruciale per ipotizzare la **precessione degli equinozi** dovuta al moto millenario dell'asse di rotazione terrestre.

L'**astrolabio**, costruito sulla base delle scoperte di Tolomeo (II sec. d. C.) e descritto fin dal VII sec. d. C. (Giovanni Filopono), fu uno dei successi scientifici e tecnologici della cultura araba, strumento principe dell'astronomia e della geodesia medievali per la misura di angoli. Grazie all'astrolabio e all'attività degli astronomi arabi, alla corte di Alfonso X "il Saggio", re di Castiglia e Leon nel 1252 fu realizzato un catalogo di stelle (noto come "**tavole alfonsine**") che aggiornava e migliorava le misure riportate nell'Almagesto di Claudio Tolomeo (Pelusio, 100 circa – 175).



**Figura 1.** Astrolabio arabo, firmato "Husain b. Ali", del 1309/10, realizzato in Nord Africa (Cambridge, Whipple Museum of the History of Science)

La riduzione dell'astrolabio ad un solo quarto di cerchio diede origine al cosiddetto **quadrante** (quadrans), documentato dal X sec. (ms. 255 di Ripoll), poi trasformato ai primi del sec. XIII e infine definitivamente modificato da Jacob ben Machir ibn Tibbon detto Don Profiat alla fine del 1200.



**Figura 2.** Quadrante arabo realizzato in Siria (Damasco), nel 1329-1330, Copenaghen, David Museum

Un enorme quadrante in muratura fu ideato e fatto costruire dall'astronomo **Ticho Brahe** nel 1576 ad Uraniborg in Danimarca (fu distrutto nel 1601). Grazie alle grandi dimensioni della struttura (probabilmente 15 m di altezza), Brahe poté sfruttare una graduazione molto accuratamente suddivisa, il che gli consentì di ottenere un catalogo di posizioni di stelle (pianeti, Sole etc.) molto preciso ed accurato delle "tavole alfonsine". Sfruttando,

analizzando ed elaborando i dati misurati da Brahe, **Johannes Kepler** già nel 1609 riuscì a formulare le prime due delle tre celebri leggi che spiegano il moto dei pianeti intorno al Sole.



**Figura 3.** Il grande quadrante di Brahe nel 1587 (da T. Brahe, *Astronomiae instauratae*, 1598)

## 1.1 Attività laboratoriale

**Destinatari:** III media e I-II superiore (per le medie sono da escludere le attività indicate con l'asterisco \*).

**Descrizione:** Osservare il cielo notturno e diurno e provare a misurare l'altezza delle stelle più luminose e del Sole. Misurare l'altezza massima del Sole. Disegnare il percorso apparente delle stelle e del Sole. Riflettere su portata, sensibilità e precisione dello strumento (\*).

**Concetti:** Stelle, Sole, altezza massima degli astri, moto apparente delle stelle e del Sole (\*), rotazione della Terra, portata, sensibilità, precisione strumento scientifico, errori massimi,

**Ciclo di apprendimento:** Osservare, disegnare, confrontare, costruire, calcolare, ragionare, discutere.

**Materiali:** fogli bianchi formato A4, 2 fogli formato A3 o bristol, matite, penne, un foglio di multistrato (di spessore tra i 3 e i 5 mm) oppure un cartone piuttosto spesso e rigido, goniometro, una canalina da impianto elettrico o una cannucchia grande o un tubicino in plastica, un pezzettino di carta trasparente opaca, un pezzettino di carta lucida perfettamente trasparente (sufficienti a ricoprire con ampi margini il vano del tubo), taglierino, forbici, coppia di squadrette, colla, nastro adesivo (meglio se del tipo per impianti elettrici), un cordino o del filo di nailon da pesca, un piombino da pesca o un piccolo peso, un chiodino. In caso di supporto in legno, occorre un seghetto alternativo elettrico o una sega manuale.

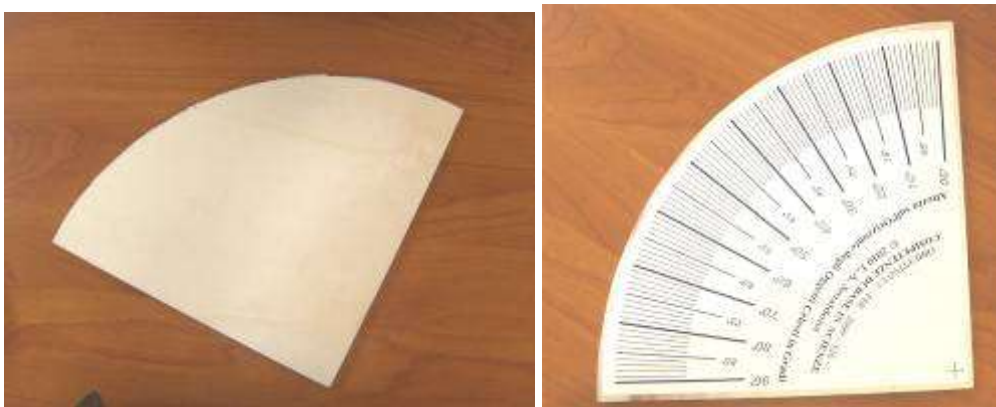
**Tempi:** 1 ora per la realizzazione del quadrante. La singola misura dell'altezza di una stella o del Sole si effettua in 1 minuto. Per ricostruire il percorso apparente di un astro (Sole o stelle) nel cielo, notturno o diurno occorrono almeno un ventina di punti. Per esempio, per il Sole dalle 9.30 alle 17.30, con misure dell'altezza ogni 20' circa. del cielo notturno che è lasciata come attività individuale indipendente (salvo volerla organizzare collettivamente ...). Una intera notte di misure (casomai organizzata per turni di 2 ore). Specie per gli allievi delle medie è consigliabile tenere in date differenti la costruzione del quadrante con la presa delle misure e, soprattutto, con l'interpretazione dei dati e la discussione dei risultati.

**Prerequisiti:** Angoli piani, misura di angoli, verticalità, orizzontalità, angoli retti, angoli congruenti, percorso rettilineo della luce.

**Modello:** Ogni studente costruisca autonomamente il quadrante seguendo le istruzioni qui riportate.

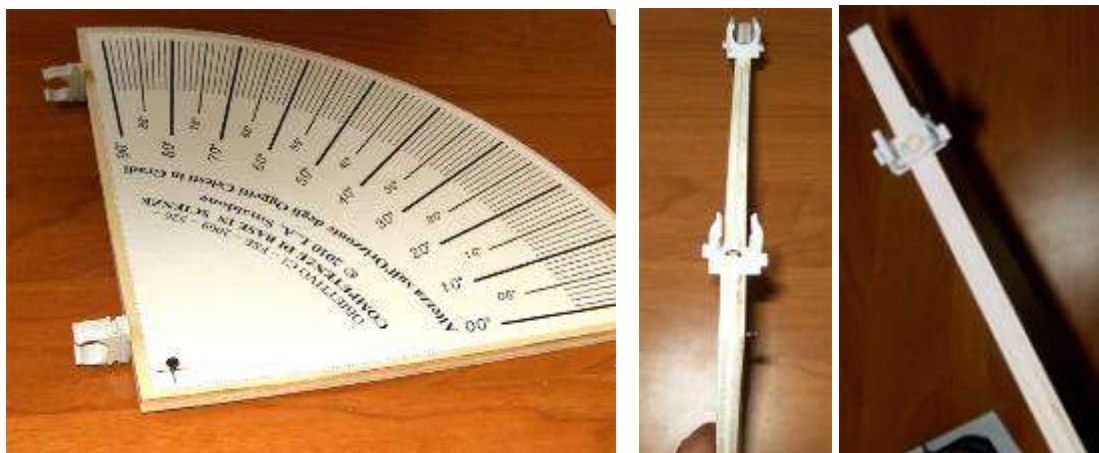
Prendere un quadrato di circa 40 cm di lato. Fissare il vertice del quadrante, puntare un chiodino in prossimità del vertice, e disegnare (utilizzando un cordino incernierato nel chiodino e con una matita fissata all'estremità) un arco di circonferenza di 35 cm circa. Ritagliare (col taglierino o con le forbici) il cartone o segare il foglio di multistrato per ricavare la superficie del quadrante.

Ripetere l'operazione su 2 fogli formato A3 o su cartoncini bristol, così da ricavare due quadranti uguali da applicare con la colla sulle superfici. Su uno dei quadranti, con l'aiuto di un goniometro centrato nel vertice del quadrante, è necessario riportare le divisioni principali della graduazione, più lunghe e marcate, ogni  $10^\circ$ , le divisioni secondarie, ogni  $5^\circ$ , le suddivisioni, ogni grado.



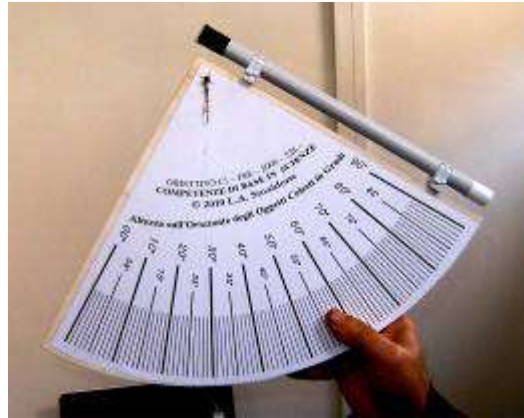
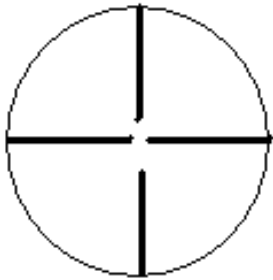
**Figura 4.** Tagliare il supporto del quadrante sul foglio di cartone spesso o di multistrato (a sinistra) e disegnare il quadrante sul foglio ed applicarlo

Se si sceglie di realizzare una graduazione antioraria (cioè crescente in senso antiorario, opposto al moto delle lancette dell'orologio) dovrà essere applicata sulla faccia laterale del quadrante. Applicare, mediante un po' di colla universale il tubo di collimazione (se si ha una canalina da impianto elettrico, si possono facilmente recuperare anche due suoi supporti, da avvitare al legno).



**Figura 5.** Posizionare le eventuali guide di sostegno del tubo di collimazione.

La canalina sarà applicata parallelamente al lato che riporta l'indicazione " $90^\circ$ ". Nel vertice geometrico della graduazione (quello individuato dai prolungamenti delle divisioni principali poste a  $0^\circ$  e a  $90^\circ$ ) posizionare un chiodino nel supporto di legno o forare il cartone per far passare il filo di sospensione del peso.



**Figura 6.** A sinistra il crocicchio di puntamento da posizionare sull'oculare del tubo di collimazione; al centro il quadrante completo; a destra l'altra faccia del quadrante.

Tagliare un po' di carta lucida trasparente, un po' più grande del tubo, disegnare grossomodo la circonferenza delle dimensioni, tracciare a penna quattro piccoli segmenti (disposti a croce, a 90°) che partono dalla circonferenza ma che si arrestano prima del centro. Sagomare il pezzo di carta lucida sull'estremità del tubo verso l'osservatore (quella sulla verticale dello 0°, avvolgerla di nastro adesivo gommoso. Ripetere l'operazione con l'altra carta, quella opaca e solo in parte trasparente.

L'altra faccia del quadrante potrà essere decorata a piacere, con le istruzioni per l'uso, le costellazioni più facili da osservare, il logo della scuola, il nome dello studente, la data dell'esercitazione etc.

## 1.2 Esperimenti

### 1.2.1 Misurare l'altezza di una stella o del Sole.

**Attenzione!!! Nel caso di attività col Sole, verificare di aver posto il "filtro" dietro al tubo di puntamento prima di accostare l'occhio alla canalina. Sono sufficienti pochi decimi di secondo di osservazione diretta della luce solare per danneggiare irrimediabilmente la vista!!** Posizionare il quadrante in modo che le superfici laterali siano verticali: la condizione di verticalità è verificata quando la superficie su cui è ancorato il filo a piombo è parallela alla direzione materializzata dal filo a piombo stesso. Curare che ogni studente "scelga" la propria stella (o almeno che si abbiano le misure di 5 o 6 stelle diverse. Tutti devono puntare alla stella Polare). Individuata approssimativamente la zona del cielo di interesse, collimare (cioè puntare) verso la stella o il Sole utilizzando la canalina di guida per la visione. Migliorare il puntamento utilizzando il crocicchio disegnato su carta trasparente posto davanti all'ingresso della canalina (dove entra la luce) e, nel caso del Sole, anche il "filtro" dalla parte della canalina a cui si accosta l'occhio. Completata l'operazione di collimazione, curando di tenere il quadrante ben fermo, bloccare con la mano il filo a piombo contro la superficie del quadrante. Leggere il valore.

### 1.2.2 Altezza massima del Sole.

**Attenzione!!! Nel caso di attività col Sole, verificare di aver posto il "filtro" dietro al tubo di puntamento prima di accostare l'occhio alla canalina. Sono sufficienti pochi decimi di secondo di osservazione diretta della luce solare per danneggiare irrimediabilmente la vista!!** Si ripetano ogni 15 minuti le misure di cui all'attività 1, tra le 10.30 e le 13.30 (ora solare) oppure tra le 11.30 e le 14.30 (ora legale), riportando i dati in una tabella a due colonne, una per registrare l'orario, l'altra per riportare l'altezza in gradi. La ripetizione dell'attività il giorno successivo consente di riportare sul terreno, con buona approssimazione, la direzione Sud-Nord. Infatti, allo stesso orario (circa le 12 dell'ora ufficiale solare o le 13 dell'ora solare), il Sole raggiungerà nuovamente la massima altezza. Segnare sul terreno la direzione verso cui è puntato il quadrante.

## 1.2.3 Percorso apparente diurno del Sole.

**Attenzione!!! Nel caso di attività col Sole, verificare di aver posto il "filtro" dietro al tubo di puntamento prima di accostare l'occhio alla canalina. Sono sufficienti pochi decimi di secondo di osservazione diretta della luce solare per danneggiare irrimediabilmente la vista!!** Si ripetano ogni 20 minuti le misure di cui all'attività 1, tra le 9.30 e le 17.30. Sarebbe meglio se si potesse iniziare al sorgere del Sole sull'orizzonte libero del luogo e terminare al tramonto del Sole sull'orizzonte libero del luogo (colline, alture, alberi e case permettendo!). Annotare orario ed altezza del Sole.

## 1.2.4 \* Percorso apparente notturno di una stella

Scegliere una stella facilmente individuabile nel cielo per disposizione (per esempio una delle stelle della cintura di Orione) o per luminosità apparente (Sirio, Arturo, Capella, Vega, Rigel etc.). Si curi di scegliere una stella visibile per tutta la notte o quasi (per esempio Sirio o Rigel d'autunno e d'inverno e Arturo, Capella, Vega in primavera). Si ripetano ogni 20 minuti le misure di cui all'attività. Sarebbe meglio se si potesse iniziare al tramonto del Sole e terminare al sorgere del Sole sull'orizzonte libero del luogo (colline, alture, alberi e case permettendo!). Curare che ogni studente "scelga" la propria stella (o almeno che si abbiano le misure di 5 o 6 stelle diverse). Annotare orario ed altezza della stella.

## 1.3 Discussione

E' opportuno farla, se possibile, in data successiva alla costruzione del quadrante e alla presa dei dati. Casomai, riprendendo sinteticamente la procedura di misura e avendo davanti il quadrante utilizzato.

Cercate di attivare la discussione e, poi, di incanalare per portarli a formalizzare il concetto misura dell'altezza dall'orizzonte delle stelle o del Sole.

Provare a far disegnare in un semplice grafico l'altezza del Sole. Sull'asse orizzontale si metterà il tempo (quindi l'orario di misura), su l'asse verticale, l'altezza in gradi dall'orizzonte. All'orario (interpolato) della massima altezza (interpolata) il Sole passa sul meridiano del luogo.

Porre loro le domande.

[Se si è ripetuta la misura dell'altezza del Sole ad almeno 2 o 3 orari differenti dello stesso giorno]. *L'altezza del Sole cambia? Come cambia (aumenta sempre, diminuisce, aumenta e poi diminuisce....). Che forma ha la curva?*

*La mia stella ha la stessa altezza di tutte le altre stelle?*

*\* Tutte le misure dell'altezza della stella Polare sono uguali? Se non, da cosa dipende? Qui il discorso si può incanalare sul fatto che ogni misura è ineludibilmente affetta da un errore sperimentale, dovuto alle operazioni di misura, all'operatore, allo strumento. Quello che si ottiene per le misure è una stima. La media aritmetica di tutte le misure effettuate (cioè la somma dei valori delle misure diviso il numero delle misure stesse) è la stima migliore.*

[Se si è ripetuta la misura dell'altezza della stessa stella, alla stessa ora in due o tre notti a distanza di qualche settimana]. *L'altezza della mia stella, alla stessa ora, è sempre la stessa? Tutte le notti? La stella*

*A che ora si misura l'altezza massima del Sole sull'orizzonte? Quindi, se non ho un orologio, posso sapere che ore sono misurando l'altezza del Sole .....*

*\*Perché l'altezza massima non capita esattamente alle 12 (cioè a mezzogiorno)?*

Riflessione su ora locale e ora civile dello Stato (fuso orario).

\* *La direzione corretta del Sud (o Mezzogiorno) è quella che mi dà il Sole se lo guardo quando l'orologio (verificato perfettamente sincrono all'ora civile nazionale) riporta le ore 12? Se non, perché?*

Se c'è la possibilità, organizzare l'attività in "gemellaggio" con una scuola, di pari grado e classe, di un'altra località italiana o europea distante almeno 400 km più a Nord o più a Sud, e più ad Est (Friuli Venezia Giulia o province di Lecce e Brindisi) o più ad Ovest (Piemonte, Sardegna, province di Trapani e Palermo etc.), concordando la data e l'orario delle misure, così che siano grossomodo simultanee (nell'ordine di precisione dei minuti...). *Nello stesso giorno, alla stessa ora l'altezza del Sole è uguale in tutti i luoghi? Se non, da cosa dipende?*

\* *Quanto è sensibile lo strumento? Qual è la sua portata? E' uno strumento preciso?*

Nella migliore delle ipotesi, lo strumento consente di apprezzare il mezzo grado (metà della gradazione): coincide con la sensibilità dello strumento. La portata è l'angolo massimo di inclinazione misurabile, pari a 90°. La precisione è il rapporto tra l'errore massimo (sensibilità) sulla misura e il valore di stima dell'angolo misurato. Poiché l'errore massimo (dipende dalla sensibilità) è costante ( $\Delta \alpha = \pm 0,5$ ), si ha

$$\varepsilon = \frac{\Delta \alpha}{\alpha}. \quad (1)$$

Si comprende come l'errore  $\varepsilon$  oscilla tra valori molto alti (per angoli di inclinazione  $\alpha$  molto piccoli) e valori piuttosto piccoli (per  $\alpha$  grandi).

## 2. Bastone di Giacobbe

Il bastone di Giacobbe o baculo dal latino *baculum*, cioè bastone, già utilizzato dagli agrimensori arabi e indiani, fu descritto per la prima volta dal matematico ebreo Levi ben Gerson (1342) che ne fece risalire l'origine al bastone del patriarca d'Israele, Giacobbe.

E' costituito da un'asta (circa 1 m di lunghezza), solitamente in legno (detta freccia), su cui può scorrere una traversa (detta martello), con bracci simmetrici rispetto alla freccia. Una variante, probabilmente successiva, è quella che prevede il martello fisso all'estremità del bastone e la freccia regolabile in lunghezza grazie ad un meccanismo telescopico (come nei due rari esemplari sopravvissuti del Museo Galileo / Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze, prodotti in Germania, fine XVI secolo).



**Figura 7.** Bastone di Giacobbe (telescopico), attr. Christoph Schissler, fine sec. XVI, Firenze, Museo Galileo – Istituto di Storia della Scienza.



**Figura 8.** Bastone di Giacobbe per misure terrestri (2008), Museo "Michelangelo" Caserta.

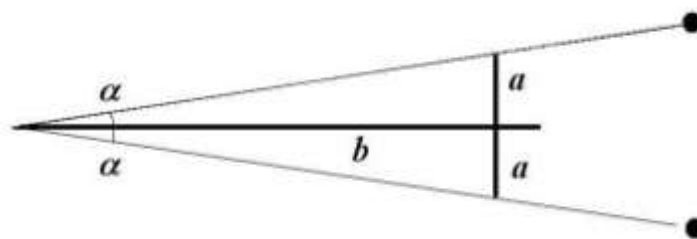
Fu anche citato da Leon Battista Alberti (*De familiae*, 1437-41) e successivamente da Petrus Apian (a cui si deve probabilmente la più antica raffigurazione dello strumento e della sua procedura di misura, 1533), da Gemma Frisius (*De radio astronomico*, 1545) e da Cosimo Bartoli (*Del modo di misurare le distantie...* 1564).



**Figura 9.** Uso del baculo, illustrazione del frontespizio da Apian (1533).

Il baculo fu tra gli strumenti più utilizzati nel XVI secolo per rilevare planimetrie urbane. Serviva per la misura indiretta di distanze, anche di luoghi non accessibili. Il calcolo della distanza si basa sulla similitudine tra i triangoli formati osservando col baculo la distanza incognita da due punti di stazione posti a distanza nota, disposti lungo la retta perpendicolare al segmento da misurare. L'uso terrestre richiede il rispetto accurato delle procedure di misura se si vuole ottenere una misura esatta e precisa (è indispensabile verificare di restare sull'asse del segmento congiungente i punti di cui si vuole conoscere la distanza). Per questo, il procedimento operativo di misura, seppur esatto in teoria, non è di facile attuazione e quindi restituisce stime piuttosto imprecise.

Nell'uso marinaro (dove è noto come balestriglia) ed astronomico, il baculo funziona come strumento per la misura di angoli (dimensioni angolari e distanze angolari), sempre sfruttando del triangolo di mira con quello materializzato da freccia e martello. In tal caso la graduazione può essere realizzata così che restituisca direttamente la stima dell'angolo (evitando l'uso esplicito della trigonometria ed i relativi calcoli).

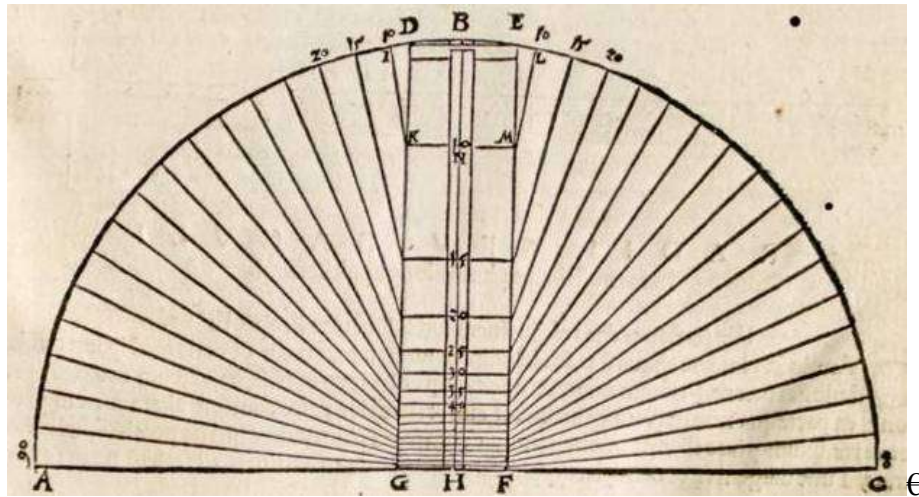


**Figura 10.** Schema geometrico e trigonometrico del baculo astronomico.



Con riferimento alla figura 10, si può dimostrare che:

$$2\alpha = 2\arctg \frac{a}{b}. \quad (2)$$



**Figura 11.** Costruzione della graduazione a valori angolari del baculo (da Apian, 1533).

## 2.1 Attività laboratoriale

**Destinatari:** III media e I-II superiore (per le medie sono da escludere le attività indicate con l'asterisco \*).

**Descrizione:** Misurare la dimensione angolare della Luna, la distanza angolare di una stella da un riferimento terrestre fisso, la distanza angolare tra due stelle o due pianeti. Riflettere su portata, sensibilità e precisione dello strumento (\*).

**Concetti:** Stelle, Sole, dimensione angolare degli astri, distanza angolare, portata, sensibilità, precisione strumento scientifico, errori massimi.

**Ciclo di apprendimento:** Osservare, disegnare, confrontare, costruire, calcolare, ragionare, discutere.

**Materiali:** Non è arduo costruire una copia lineare funzionante dello strumento esposto nel Museo “Michelangelo” ma, poiché è impensabile che la copia possa essere realizzata da ciascun studente, suggeriamo materiali più poveri e fragili ma che garantiscono comunque la realizzazione di un apparato strumentale di piena efficacia e di ottima precisione.

Nel caso si voglia replicarlo: un'asta graduata millimetrata (righello da disegno) in plastica o in legno di lunghezza 60 cm, un po' di cartoncino per costruire il martello ed eventualmente il mirino, indispensabili a guidare l'occhio verso il punto di collimazione.

**Tempi:** 15 min per la realizzazione del baculo. La singola misura (distanza angolare o dimensione angolare) si effettua in 1 minuto.

**Prerequisiti:** Dimensione angolare, angoli piani, misura di angoli, verticalità, orizzontalità, angoli retti, angoli congruenti, percorso rettilineo della luce, calcoli con grandezze sessagesimali.

**Modello:** Ogni studente costruisca autonomamente il baculo seguendo le istruzioni qui riportate.

Ritagliare un rettangolo di cartoncino di dimensioni  $6 \times 21$  cm e in esso realizzare due o più fessure triangolari (che fungeranno da mirino) simmetriche rispetto al centro; il cartoncino dovrà ospitare una fessura di dimensioni pari o appena inferiori della sezione trasversale del righello (così da scorrere ma un po' a fatica, restando sempre in posizione ortogonale). Dovrà essere posizionato in prossimità dello 0 della graduazione. Un altro cartoncino, di dimensioni più ridotte ( $6 \times 6$ ) può essere disposto in funzione di mirino, all'altra estremità del righello (quella con valori massimi di graduazione), con una sola fessura in posizione centrale.

Per la comprensione dettagliata e profonda delle riflessioni finali sulla precisione sono necessarie le prime conoscenze di trigonometria piana (ciò apre la possibilità di tornare su queste esperienze al 4° anno, quando la trigonometria è contenuto curriculare in matematica).

La procedura di misura consiste nel traguardare all'oggetto di cui si vuole misurare la dimensione angolare o alle stelle (pianeti) di cui si vuol conoscere la distanza angolare mirando attraverso le fessure centrali del mirino e le due fessure del martello, che sarà fatto scorrere adeguatamente sul righello fino alla posizione appropriata. La lettura del valore si ottiene direttamente dalla graduazione del righello; applicando la formula (2) si ottiene l'angolo (attenzione alle conversioni radianti / gradi sessagesimali).

## 2.2 Esperimenti

### 2.2.1 Dimensione angolare della Luna

In una notte di plenilunio, mirare alla luna, muovere il cartoncino "obiettivo" per traguardare, con le fessure più vicine, agli estremi della Luna. La dimensione angolare è per definizione l'angolo sotto cui si osserva la Luna.

### \* 2.2.2 Dimensione angolare del Sole

**Attenzione!!! Nel caso di attività col Sole, verificare di aver posto protetto gli occhi con un filtro ottico opportuno. Sono sufficienti pochi decimi di secondo di osservazione diretta della luce solare per danneggiare irrimediabilmente la vista!!**

Ripetere le procedure della misura precedente.

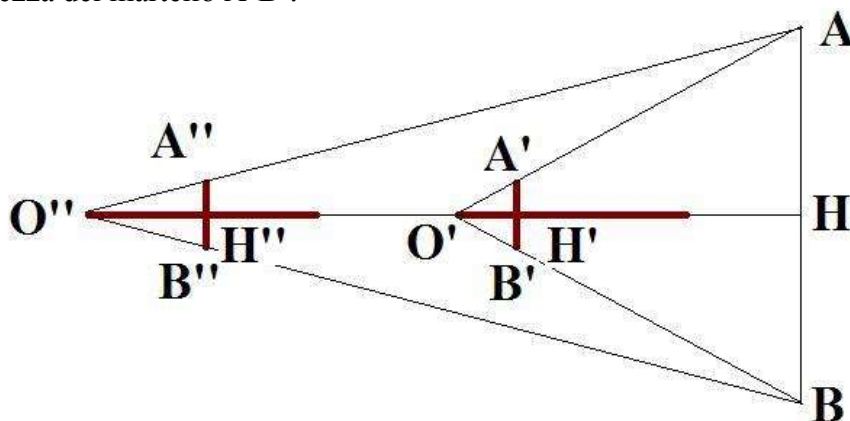
### 2.2.3 Distanza angolare tra due astri o di un astro da un riferimento terrestre fisso.

Con la stessa procedura dei casi precedenti.

### 2.2.4 Distanza lineare tra due punti non accessibili

Vogliamo misurare la distanza tra due punti (per esempio gli spigoli di un palazzo) non direttamente accessibili (tra noi e il palazzo c'è un corso d'acqua non guadabile). Come fare?

Osservazione: Sia  $AB$  la distanza incognita; per costruzione la posizione  $O'H'$  di misura della freccia  $A'B'$  è congruente alla lunghezza del martello  $A'B'$ .



**Figura 12.** Schema geometrico e trigonometrico del baculo terrestre.

Si traguardi alla distanza incognita dal punto di stazione  $O'$ , col martello in posizione di misura  $A'B'$ . Il triangolo di mira  $AO'B$  è simile al triangolo materializzato sul baculo  $A'O'B'$ . Ma poiché per costruzione  $A'B'$  è congruente ad  $O'H'$  anche  $AB$  sarà congruente a  $O'H$ .

Se conoscessimo la distanza dal punto di stazione al palazzo il problema sarebbe risolto. Invece, essendo il palazzo  $AB$  inaccessibile occorre sfruttare la seconda posizione di stazione  $O''$  che si otterrà posizionando il martello nella posizione di misura della freccia pari a  $O'H''$  che per costruzione è il doppio di  $O'H'$  ed arretrando adeguatamente fino a collimare nuovamente ad  $AB$ .

Il triangolo di mira  $AO''B$  è simile al triangolo materializzato da freccia e martello sul baculo,  $A''O''B''$ . Ma poiché per costruzione  $O''H = 2A'B' = 2A''B''$  allora  $O''H = O'O'' + O'H = 2O'H$ . Ma  $O'H$  è congruente ad  $AB$  e quindi per conoscere la distanza  $AB$  è sufficiente misurare (anche con un metodo diretto, nastro metrico) la distanza tra i due punti di stazione  $O'O''$ .

## \* 2.2.5 La precisione delle misure.

La procedura puramente geometrica della misura terrestre con il baculo è assai difficile da realizzare. Per la dimostrazione, infatti, si è ipotizzato che il baculo sia sull'asse del segmento incognito  $AB$ . Errori di parallasse nella mira si ripercuotono in modo assai critico sulla misura.

La procedura astronomica non richiede particolari accorgimenti: la grande distanza dei punti da collimare rende irrilevante gli errori di parallasse e, poiché la procedura è di tipo intrinsecamente trigonometrico i problemi di ortogonalità (posizione sull'asse) e di simmetria sono meno rilevanti in termini di esattezza della misura.

La portata dello strumento (figura 10) dipende dalla distanza tra le mire sul martello ( $2a$ ) e della lunghezza della freccia ( $b$ ). Quindi lo strumento potrà misurare l'angolo massimo  $2\alpha_{\max}$  quando il martello sarà il possibile (messa a fuoco naturale dell'occhio umano permettendo!) prossimo al mirino puntatore. Con le misure del nostro modello si ottiene

$$2\alpha_{\max} = \operatorname{arctg} \frac{2a_{\max}}{b_{\min}} \approx \operatorname{arctg} \frac{20\text{cm}}{10\text{cm}} = 126^{\circ}52'.$$

L'angolo più piccolo che si può misurare (sensibilità dello strumento) dipende dal caso opposto: distanza minima tra le mire obiettivo e lunghezza massima della freccia:

$$2\alpha_{\min} = \operatorname{arctg} \frac{2a_{\min}}{b_{\max}} \approx \operatorname{arctg} \frac{1\text{cm}}{60\text{cm}} = 1^{\circ}55'.$$

Ciò rende evidente che gli studenti non riusciranno a dare un stima della dimensione angolare del disco della Luna e del Sole (che sono uguali, perché la Luna è 400 volte più prossima alla Terra del Sole ma è 400 volte più piccola del Sole; come dimostra l'occorrenza dell'eclissi totale di Sole) pari a circa  $0,5^{\circ}$  (un terzo del valore più piccolo stimabile col baculo).

Quanto è preciso il baculo in uso astronomico? Siano  $\Delta a = \pm 0,1\text{mm}$  e  $\Delta b = \pm 0,1\text{mm}$  gli errori massimi sulla stima rispettivamente della lunghezza  $2a$  del martello e della lunghezza  $b$  della freccia.

Il caso peggiore è di un errore sull'angolo minimo:

$$2\alpha_{\max} = \operatorname{arctg} \frac{2a + \Delta a}{b_{\max}} \approx \operatorname{arctg} \frac{1,1\text{cm}}{60\text{cm}} = 2^{\circ}6'$$

$$2\alpha_{\max} = \arctg \frac{2a - \Delta a}{b_{\max}} \approx \arctg \frac{0,9\text{cm}}{60\text{cm}} = 1^{\circ}43'$$

con un errore percentuale pari a

$$\varepsilon = \frac{2\alpha_{\max} - 2\alpha_{\min}}{2\alpha} = 20\% .$$

Con ragionamento analogo si può stimare la precisione sull'angolo massimo (portata) che risulta pari a  $\varepsilon = 1\%$ .

### 3. Notturnale (*horologium nocturnum*)

Sulla scorta di una lunga epigrafe celebrativa ancora visibile nel Duomo di Verona, il diacono veronese Pacifico (776-778 – 845) è ritenuto inventore di un orologio notturno, probabilmente basato sulla tecnica del notturnale.



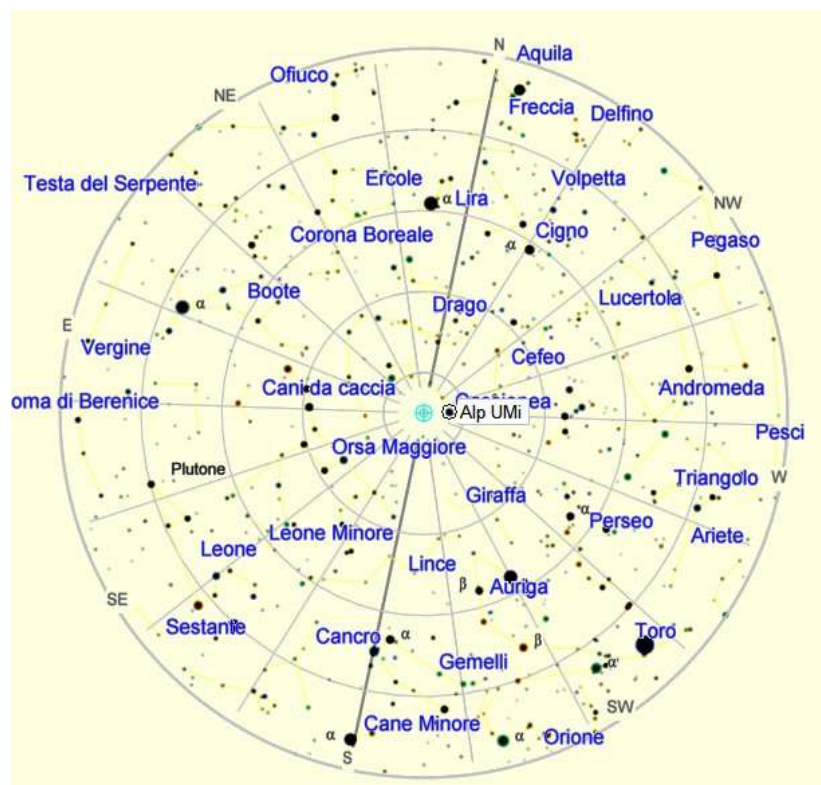
**Figura 7.** A sinistra: *horologium nocturnum*, dal manoscritto oggi in Sankt Gallen, Stifbibl. 18, sec. XII; a destra: notturnale, Firenze, Museo Galileo – Istituto di Storia della Scienza, manifattura francese, 1554.

Probabili raffigurazioni dello strumento e di sue varianti (si veda quella di Gerbert d'Aurillac, poi papa Silvestro II, *De sphaerae constructione*, epistola a Costantino di Fleury del 978, caratterizzata da un lungo tubo di mira) appaiono in manoscritti (alcuni distrutti durante la Seconda Guerra Mondiale) redatti a partire dal IX secolo.

Nel modello più sofisticato il notturnale era costituito da due dischi concentrici sovrapposti (di legno, di carta o di metallo): l'uno con la graduazione dei giorni del calendario (raggruppate, eventualmente, anche rispetto ai segni zodiacali del periodo) e l'altro con le ore. Ciò consentiva di utilizzare lo strumento (una volta

tarato) in luoghi diversi della superficie terrestre. Incardinata nello stesso centro era una alidada con funzione di puntatrice, rotante rispetto ai dischi.

Il principio di funzionamento del notturnale è basato moto apparente del cielo stellato, così come appare durante la notte. Tutta la volta celeste sembra ruotare, tranne un punto che individua la direzione dell'asse di rotazione terrestre, cioè il polo nord celeste. Va chiarito che nel X secolo (epoca di probabile invenzione dello strumento) l'asse di rotazione terrestre puntava piuttosto lontano (circa 2° di distanza) dalla attuale stella Polare ( $\alpha$  Ursa Minoris), che era nota come *Computatrix* (forse proprio per la funzione che essa svolgeva nella pratica d'uso del notturnale). Nonostante la distanza di  $\alpha$ UMi dal polo nord celeste dell'epoca, il funzionamento del notturnale era proprio basato sulla rotazione differenziale dell'Orsa Maggiore (individuata dalle due stelle più luminose, Dhube e Merak, ( $\alpha$  e  $\beta$  della costellazione UMA) rispetto al polo celeste (ed, in prima approssimazione, di *Computatrix* /  $\alpha$ UMi).



**Figura 8:** Carta del cielo dal polo Nord terrestre centrata sul polo celeste alla data 978 d.C. (rispetto al quale la attuale stella Polare  $\alpha$  Ursa Minoris è leggermente discosta), realizzata con 'Cart du ciel'.



**Figura 9:** Carta del cielo di Caserta a distanza di 4 mesi (da sinistra: ore 21 UT del 14/01/2016 – 14/05/2016 – 14/09/2016), realizzata con *Cart du ciel*. Si noti la posizione fissa della stella Polare ( $\alpha$  Ursae Minoris).

Per tarare lo strumento era necessario attribuire una ora fissata ad una inclinazione della congiungente le due stelle "guida", Dhube e Merak, rispetto alla Polare e bloccare la rotazione del disco delle ore rispetto a quello del calendario.

Per l'uso del notturnale (nella versione da noi approntata, modificando il modello disponibile su <http://gerlos.altervista.org/notturnale>) è necessario puntare il centro del disco (dotato di un foro) verso la stella Polare, curando di far coincidere la direzione stella Polare-posizione della graduazione indicante la data della misura con la direzione della verticale. Realizzata la condizione di stazione, occorre ruotare l'alidada fino a farla coincidere con la direzione delle due stelle guida. L'intersezione dell'alidada con la graduazione, nella parte relativa alle ore, consente la stima dell'ora civile.

### 3.1 Attività laboratoriale

**Destinatari:** III media e I-II superiore (per le medie sono da escludere le attività indicate con l'asterisco \*).

**Descrizione:** Osservare il cielo notturno, individuare la costellazione dell'Orsa Maggiore, riconoscere la stella Polare. Riflettere sulle definizioni di ora (locale, civile, universale, solare).

**Concetti:** Stelle, rotazione della Terra, rotazione apparente del cielo notturno, rivoluzione della Terra, polo Nord celeste, migrazione del polo Nord, precessione.

**Ciclo di apprendimento:** Osservare, disegnare, confrontare, costruire, calcolare, ragionare, discutere.

**Materiali:** fogli bianchi formato A4, foglio A3 per fotocopie, cartoncino bristol o cartone non troppo spesso ma rigido formato A3, colla per carta, matita, penna, taglierino o forbici, un rivetto metallico per tessuto, martello, un pezzo piccolo di cartone molto spesso.

**Tempi:** 15 minuti per la realizzazione del notturnale. Il tempo per individuare Dhube e Merak ( $\alpha$  e  $\beta$  della costellazione UMa) dipende molto dall'esperienza degli studenti nell'orientarsi tra le costellazioni nel cielo notturno. La singola misura dell'ora si effettua in 1 minuto.

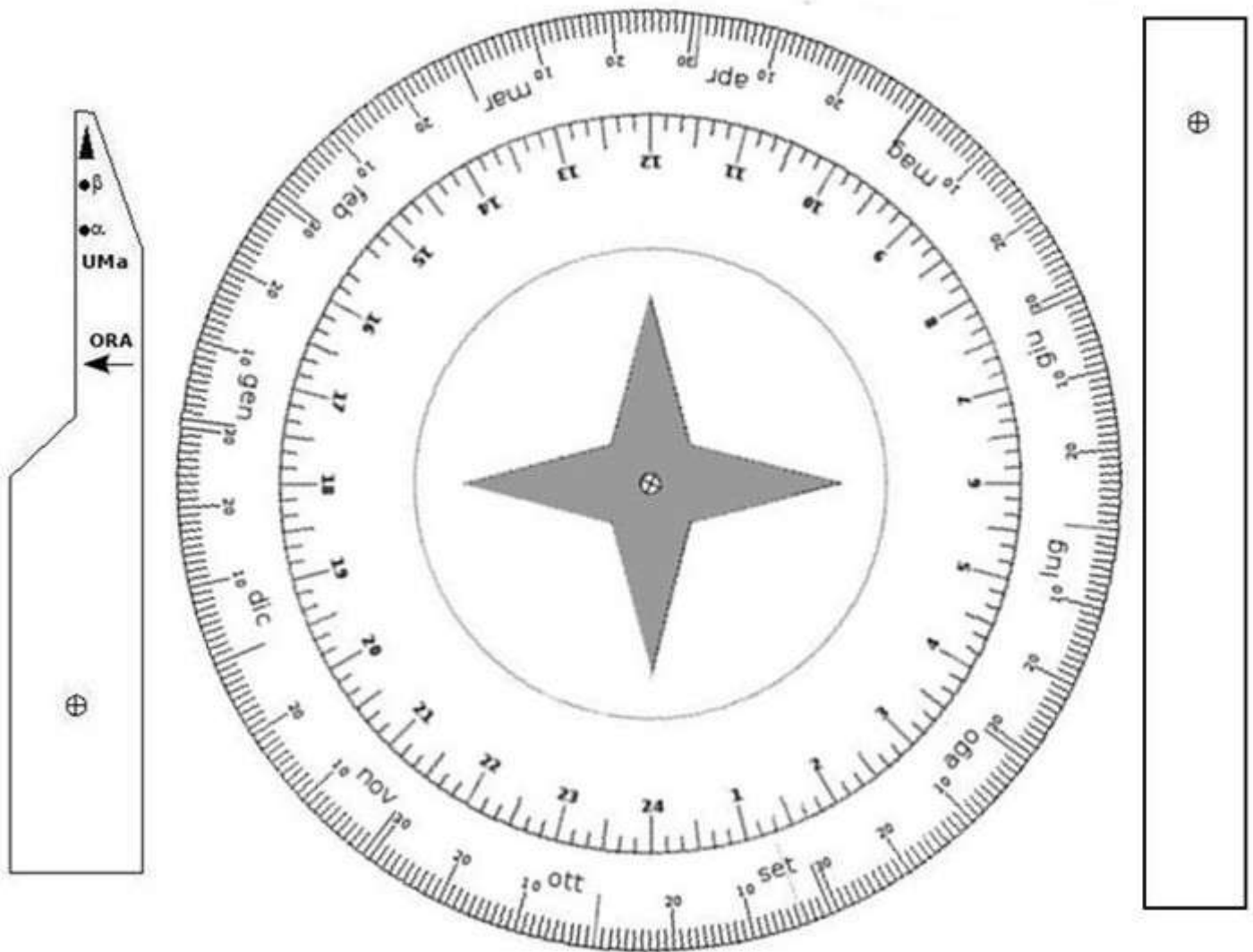
**Prerequisiti:** Angoli, misura di angoli, verticalità, rotazione apparente delle stelle (rotazione della Terra).

**Modello:** Ogni studente costruisca autonomamente il notturnale seguendo le istruzioni qui riportate. Stampare il modello proposto (vedi figura 10) su un foglio A3 (ingrandendo opportunamente la figura), ritagliare l'alidada (immagine più a sinistra nella figura), il supporto di impugnatura (rettangolo a destra nella figura) ed il quadrante del notturnale ed incollarli su cartoncino.

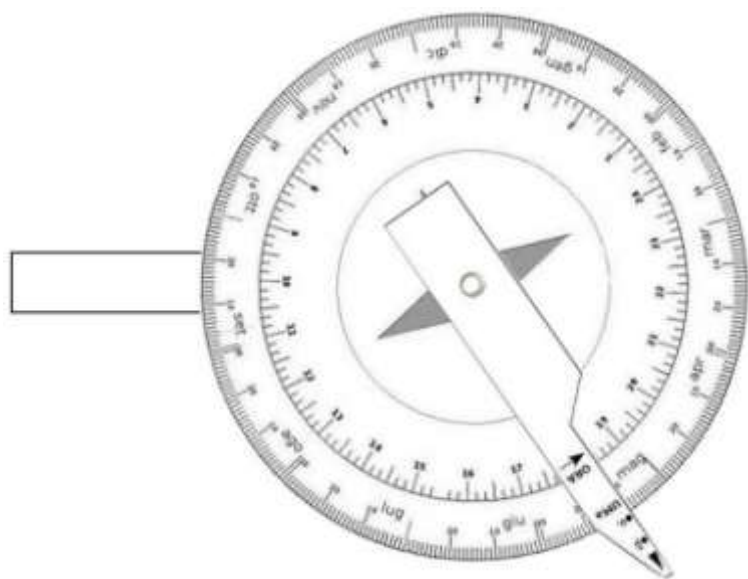
Ritagliare (col taglierino o con le forbici) il cartoncino e forare le tre parti in corrispondenza del segno (croce nel cerchietto): il foro deve essere di dimensioni appena superiori al supporto del rivetto. Disporre le tre parti nel seguente ordine di distanza, rispetto alla visuale dell'osservatore: alidada, quadrante, supporto. Infilare il rivetto nel foro. Disporre il pezzo di cartone sopra l'alidada ed in prossimità del centro del rivetto così da martellare la chiusura del rivetto in sicurezza (cioè senza danneggiare l'alidada) e curando di lasciarlo di altezza tale da consentire la rotazione reciproca di alidada, quadrante e supporto.

La misura si effettua osservando il cielo notturno, individuando la costellazione dell'Orsa Maggiore ed in particolare le sue due stelle  $\alpha$  e  $\beta$  e la direzione da esse individuata, prolungando di circa 5 volte la loro distanza così da riconoscere la stella Polare. Impugnare il notturnale mediante il supporto di sostegno così da avere la data del giorno di misura sulla direzione verticale al suolo, puntare verso la Polare col foro del notturnale, ruotare l'alidada nella direzione individuata dalle due stelle  $\alpha$  e  $\beta$  e leggere il valore dell'orario.

Il tutto può essere realizzato con sottile foglio di balsa o multistrato (con esiti di maggiore resistenza, bellezza e durata nell'uso) ma con maggiore difficoltà e durata del lavoro, necessità di attrezzi di lavorazione e di costi per i materiali.



**Figura 10:** Modello del notturnale e della relativa alidada (modificato da <http://gerlos.altervista.org/notturnale>).



**Figura 11:** A sinistra: rivetti da tessuto: intorno ad uno di essi è necessario incardinare alidada, notturnale e supporto; a destra: il notturnale finito.

## 3.2 Esperimento

### 3.1 Misurare l'ora

La procedura d'uso e di misura del notturnale è unica: è quella descritta già descritta nel paragrafo precedente.

### 3.3 Discussione

E' opportuno farla contestualmente alla misura (se non le condizioni climatiche non sono ostative per temperatura e umidità).

Cercate di attivare la discussione e, poi, di incanalare per portarli a formalizzare i concetti chiave.

*L'ora indicata dal notturnale coincide con quella riportata dagli orologi?*

L'ora civile della Repubblica Italiana è quella dell'Europa Centrale (con valore +1 rispetto all'ora di riferimento del meridiano di Greenwich, l'Universal Time). Il notturnale misura l'ora locale, la nostra taratura del notturnale è tale che, a Caserta, fornisca l'ora civile.

Se la misura è effettuata in un giorno compreso tra l'ultima domenica di marzo e l'ultima di ottobre, all'ora rilevata dal notturnale bisogna sommare +1 ora per ottenere l'ora legale.

La misura in giorni immediatamente successivi, più o meno alla stessa ora, non restituisce risultati di interesse per una proficua discussione. Sarebbe utile ripetere la misura ad un mese, due mesi, tre mesi di distanza. In caso di impossibilità, usare un simulatore planetario di moto apparente del cielo (Cart du ciel, [www.ap-i.net/skychart/it/start](http://www.ap-i.net/skychart/it/start), per esempio, oppure stellarium, [www.stellarium.org/it/](http://www.stellarium.org/it/)). In subordine, fare riferimento alle carte del cielo riportate in figura 9.

*Il notturnale costruito è valido per Caserta. Può funzionare (cioè misurare l'ora civile) a Lecce?*

Caserta è a 14°13' E di longitudine. Lecce è molto più ad Est (18°10'). Quindi, l'ora locale di Lecce è diversa da quella di Caserta. Il notturnale tarato per Caserta segnerebbe un orario sistematicamente più avanti, di circa 15 minuti, se utilizzato a Lecce.

*Rispetto al nord (celeste), la direzione delle due stelle dell'Orsa è sempre la stessa nella stessa notte?*

Con tutta evidenza c'è una rotazione apparente intorno alla Polare, in senso antiorario. E' la rotazione apparente dovuta alla rotazione (naturale) della Terra rispetto al proprio asse.

*\* Sia data la misura il 14/01/2016. Si supponga di posizionare (in modo volontario) il valore 14/05/2016 per la data della ghiera del notturnale verticalmente. Cosa si nota?*

Si noterà che l'orario riportato dall'alidada sarà diverso di circa 8 ore. Perché? Perché la Terra ruota su se stessa di 360° in un giorno (siderale) ma di circa 361° rispetto al Sole per effetto della rivoluzione della Terra intorno al Sole. Quindi, mediamente, ad un mese di distanza, l'angolo delle stelle guida rispetto alla direzione rilevata il mese precedente (lo stesso giorno del calendario ed alla stessa ora) è di circa 30° (ruotato in senso antiorario).

*\* Se si conosce l'ora civile, il notturnale può fungere da calendario?*

Sì, perché il notturnale (tarato per un preciso luogo della superficie terrestre) materializza la relazione tra ora notturna e data del calendario. La spiegazione è dettagliata al punto precedente: se si conosce la data si può ricavare l'ora; se si conosce l'ora si può dedurre la data.

## 4. Bibliografia essenziale

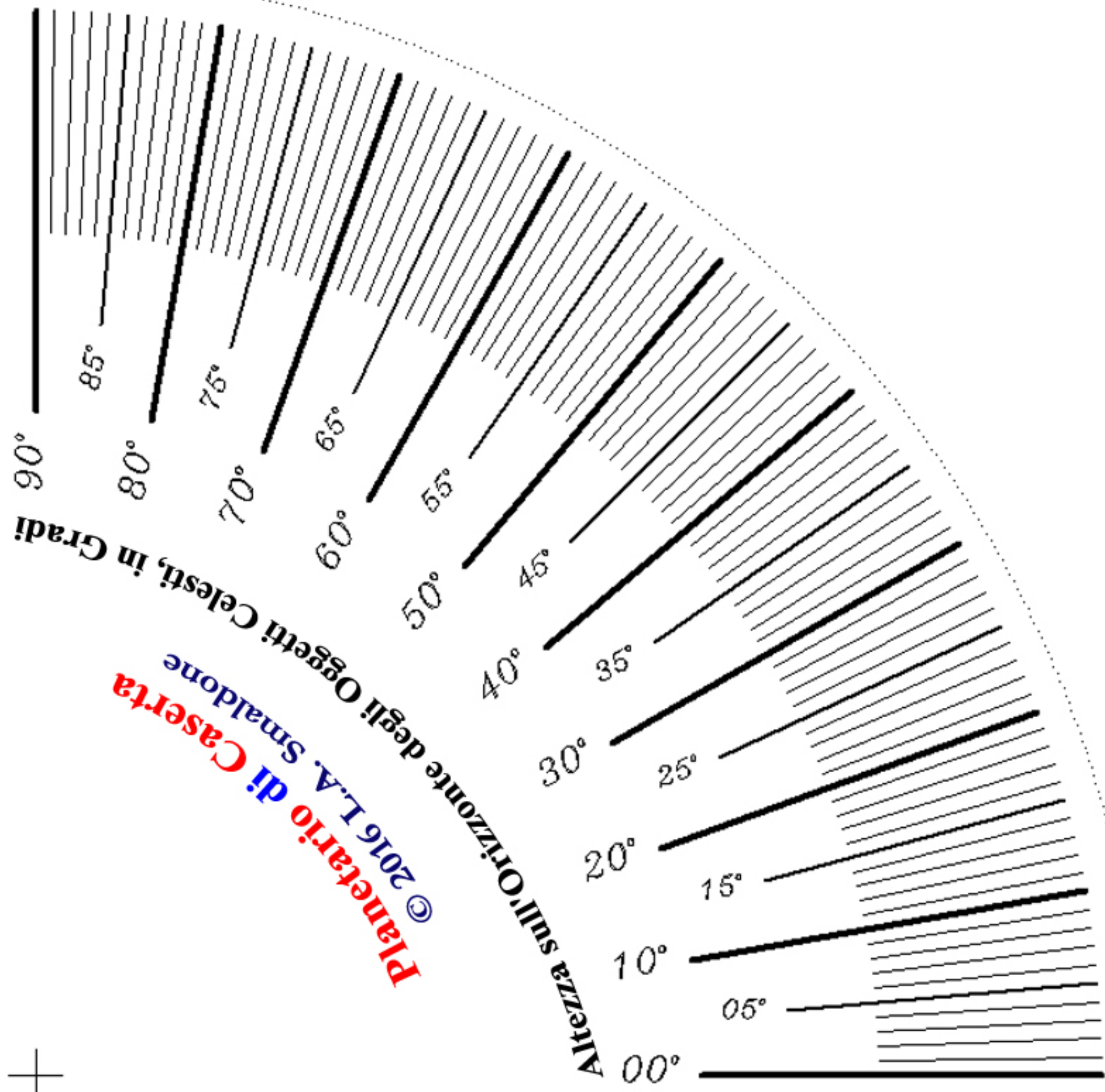
L. A. Smaldone, *Il laboratorio scientifico: scheda progettuale*, in *Schede per un laboratorio scientifico*, a cura di A. Di Chiacchio, Melagrana, San Felice a Cancelli (CE), 2014, pp. 13 – 16.





# Planetario di Caserta

- L. A. Smaldone, *Introduzione alla pratica del laboratorio scientifico nel primo biennio delle scuole superiori*, in *Schede per un laboratorio scientifico*, a cura di A. Di Chiacchio, Melagrana, San Felice a Cancellò (CE), 2014, pp. 17 - 22.
- L. A. Smaldone, *L'insegnamento della fisica e delle scienze nella scuola; proposte operative per un approccio laboratoriale low-cost / no cost*, in *Scientia Magistra Vitae catalogo dei Musei, degli approfondimenti e delle mostre*, a cura di P. Di Lorenzo e A. Rea, San Felice a Cancellò, 2011, pp. 55 - 73.
- P. Di Lorenzo, *Una via alla Fisica mediante la storia della misura*, in *Schede per un laboratorio scientifico*, a cura di A. Di Chiacchio, Melagrana, San Felice a Cancellò (CE), 2014, pp. 91 - 114.
- P. Di Lorenzo, *Il Museo "Michelangelo"*, in *Scientia Magistra Vitae catalogo dei Musei, degli approfondimenti e delle mostre*, a cura di P. Di Lorenzo e A. Rea, San Felice a Cancellò, 2011, pp. 34-52.
- P. Di Lorenzo, *Guida al Museo "Michelangelo" di Caserta*, San Felice a Cancellò, 2015.
- Catalogo degli strumenti esposti al Museo Galileo*, Museo Galileo e Istituto di Storia della Scienza, Firenze, 2015, pp. 21 e 22.
- Petrus Appiani, *Introductio geographica.... in Vernerii annotationes*, Inglostadium, 1533.
- J. Wiesenback, *Pacificus von Verona als Erfinder einer Sternenuhr*, in *Science in Western and Eastern Civilization in Carolingian Times*, a cura di P. L. Butzer - D. Lohrmann, Basel, 1993, pp. 229-50.
- C. Sigismondi, *Gerbert of Aurillac: Astronomy and geometry in Tenth century Europe*, «International Journal of Modern Physics», Conference Series, 2012, pp. 1-5.
- J. Wiesenbach, *Der Mönch mit dem Sehohr: die Bedeutung der Miniatur Codex Sangallensis 18*, «Schweizerische Zeitschrift für Geschichte» / Revue suisse d'histoire / Rivista storica svizzera, 44, 1994, p. 367-388.
- R. Eisler, *The polar sighting-tube*, «Archives Internationales d'Histoire des Sciences» (NS d'Archeion), 28, 6 (1949), pp. 312-332.
- C. Sigismondi, *Gerbert's acoustical and astronomical tubes*, «Gebertus», vol. 3, 2012 - 59, pp. 23.25.
- G. Frisius, *De radio astronomico et geometrico*, 1544.
- C. Bartoli, *Del modo di misurare le distantie, le superficie, ... Venezia*, 1564.
- L. Vagnetti, *Cosimo Bartoli e la teoria mensoria nel secolo XVI. Appunti per la storia del rilevamento*, «Quaderno dell'Istituto di Elementi di Architettura e Rilievo dei Monumenti di Genova», n.4, 1970, p. 111 - 164.
- C. Bartoli, *Opere di Orontio Fineo*, Venezia, 1587
- W. Stevens, *Alternative to Ptolemy: astronomy in Carolingian school*, «Humanities Research Group», vol. 8, 1999, Windsor, Ontario, pp. 1-22, ISSN 0-9697776B8-X.
- Gerberti, *De sphaerae constructione*, in *Patrologia Latina*, v. 139, Parisiis, 1880, coll., 157-158.
- P. Chevalley, *Cart du ciel - Sky chart*, software di simulazione astronomica, versione 3.11, 21/12/2015, [www.ap-i.net/skychart/it/start](http://www.ap-i.net/skychart/it/start).



punto è perfettamente ed uniformemente illuminato, il Sole è puntato. © 2016 L.A. Smaldone  
 a punto. La lettura della posizione del filo fornisce l'altezza, in gradi, dell'oggetto sull'orizzonte.  
**Attenzione: non osservare mai direttamente il Sole!** Per il Sole, usare il tappo semitrasparente,  
 Modalità d'uso: puntare l'oggetto (centro nel tubo di mira) e, puntando l'oggetto, bloccare il filo  
 a punto.



**Planetario di Caserta**  
[www.planetariodicaserta.it](http://www.planetariodicaserta.it)

